

# МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ ИНФРАЗВУКОВОГО ДИАПАЗОНА В МЕЛКОМ МОРЕ (ОБЗОР)

**Б.А. Касаткин, Н.В. Злобина, С.Б. Касаткин**

Приведена классификация известных решений граничной задачи Пекериса, полученных в различных модельных постановках, и дана их сравнительная оценка. Особое внимание уделено обоснованию несамосопряжённой модельной постановки, в которой в описании суммарного звукового поля принимают участие собственные функции двух сопряжённых операторов. Эти собственные функции суть расходящиеся волны и сходящиеся волны отдачи, связанные механизмом трансформации на горизонтах трансформации. В этой модельной постановке все нормальные волны, захваченные волноводом, возбуждаются сопряжёнными парами на частотах продольного резонанса, которые являются кратными корнями дисперсионного уравнения. В каждой паре волн одна волна является регулярной волной, расходящейся во всей области определения. Другая волна является обобщённой (гибридной) как содержащая горизонт трансформации в полупространстве (горизонт полного внутреннего отражения по Ньютону), на котором расходящаяся волна трансформируется в сходящуюся волну отдачи. Отмечается, что наибольшее различие модельных решений имеет место на частотах инфразвукового диапазона. Для верификации различных модельных решений выполнено экспериментальное исследование звукового поля в условиях мелкого моря в звуковом диапазоне частот, а также в инфразвуковом диапазоне частот 2–20 Гц, заведомо меньших первой критической частоты модельного волновода Пекериса. Использование в эксперименте комбинированных приёмников позволило выполнить верификацию нормальных волн с учётом их групповых скоростей и особенностей энергетической структуры звукового поля, наиболее чувствительной к выбору модельного описания.

**Ключевые слова:** комбинированный приёмник, инфразвук, обобщённые (гибридные) волны, групповая скорость.

## Введение

Модельное описание звуковых полей базируется на решении граничных задач для оператора Гельмгольца, классическим примером которых является граничная задача Пекериса [1]. Однако, как оказалось впоследствии, это решение не было единственным, и только в классе аналитических функций было получено ещё три решения [2–4]. Сравнительный анализ решений в классе аналитических функций, интегрального решения в классе функций, представимых интегралом Фурье–Бесселя, и обобщённого решения, построенного в несамосопряжённой модельной постановке (НМП), был выполнен в работе [7], а в работах [5–7] был выполнен достаточно подробный анализ обобщённого решения. Принципиальные отличия этих решений заключаются в следующем.

Решение, представленное интегралом Фурье–Бесселя, описывает резонансные колебания жидкого слоя, нагруженного на полупространство, и звуковое поле типа расходящейся сферической волны, модулированной угловым спектром источника, в полупространстве [7]. Из четырёх решений [1–4], построенных в классе аналитических функций, только решение Л.М. Бреховских [2] корректно во всей области определения волновод–полупространство. Оно определяет звуковое поле, представленное только расходящимися волнами как собственными функциями самосопряжённого оператора. Однако в этом модельном решении волновод и полупространство рассматриваются как две энергетически независимые подсистемы, а поток мощности через границу раздела волновод–полупространство тождественно равен нулю. Это обстоятельство противоречит тому факту, что волновод Пекериса является открытой

системой с неизбежными потерями энергии на излучение в полупространство при углах падения, меньших критического значения. Остальные решения этого класса корректны только при описании звукового поля в самом волноводе, т.к. все они содержат вытекающие волны (leakage waves) комплексного спектра, амплитуда которых экспоненциально растёт в полупространстве. Кроме того, все решения этого класса сингулярны на оси симметрии. Наконец, обобщённое решение, построенное в рамках НМП, корректно и ограничено во всей области определения, за исключением источника. Однако оно разрывно по давлению и нормальной компоненте колебательной скорости на горизонтах трансформации, но непрерывно по импедансу, определённому через отношение интегральных величин, таких как сила и объёмная колебательная скорость. Как следствие разрывности решения, на горизонтах трансформации генерируется нормальная компонента вектора интенсивности, знакопеременная с периодом в половину длины волны. Последнее обстоятельство означает равенство нулю интегрального потока мощности и корректность обобщённого решения. Наиболее востребованным, как наиболее простое, оказалось классическое решение Л.М. Бреховских, построенное в самосопряжённой модельной постановке. Однако именно обобщённое решение, построенное в рамках НМП, наиболее соответствует эксперименту, причём это соответствие растёт с понижением частоты. Наибольшие различия, структурные и физические, обобщённого решения и классического заключаются в следующем.

**■ Особенности обобщённого решения**

Рассмотрим эволюцию решений [1–4], построенных в классе аналитических функций. Простейшим из них является классическое решение по Л.М. Бреховских [2]:

$$\varphi(r, z) = \sum_{n(1)} \varphi_n(r, z) + \varphi_{L1}(r, z), z \in (0, \infty), \quad (1)$$

где  $n(1)$  – подмножество регулярных нормальных волн, амплитуда которых экспоненциально убывает в полупространстве,  $\varphi_{L1}(r, z)$  – интегральный член,  $L1$  – разрез ЕGP (Ивинга, Жардецки, Пресс) на плоскости комплексного переменного, определяемый условием равенства нулю мнимой части вертикального волнового числа в полупространстве:

$$\text{Im } k_{32} = 0, \quad k_{32} = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}, \quad (2)$$

где  $k_2$  – волновое число в полупространстве,  $\xi$  – горизонтальное волновое число.

Решение [1], полученное Пекерисом, имеет вид 
$$\varphi(r, z) = \sum_{n(1)} \varphi_n(r, z) + \sum_{n(3)} \varphi_n(r, z) + \varphi_{L2}(r, z), z \in (0, h), \quad (3)$$

где  $h$  – глубина волновода,  $n(3)$  – подмножество вытекающих волн комплексного спектра,  $L2$  – разрез Пекериса на плоскости комплексного переменного, определяемый условием

$$\text{Re } \zeta = k_2. \quad (4)$$

Близкое по существу решение [3], предложенное В.Д. Крупиным и В.Ю. Завадским, отличается от решения [1] только выбором разреза  $L3$

$$\phi(r, z) = \sum_{n(1)} \phi_n(r, z) + \sum_{n(3)} \phi_n(r, z) + \phi_{L3}(r, z), \quad z \in (0, h). \quad (5)$$

Разрез в этом решении определяется условием

$$\text{Re } k_{32}^2 = 0. \quad (6)$$

Решение, принципиально отличное от ранее рассмотренных, было предложено в работе китайских акустиков [4], где появляется новый тип волн

$$\phi(r, z) = \sum_{n(1)} \phi_n(r, z) + \sum_{n(2)} \phi_n(r, z) + \sum_{n(3)} \phi_n(r, z) + \phi_{L4}(r, z), z \in (0, h), \quad (7)$$

где  $n(2)$  – подмножество обобщённых нормальных волн, амплитуда которых экспоненциально растёт в полупространстве,  $L4$  – разрез на плоскости комплексного переменного, определяемый условием

$$\text{Re } k_{32} = 0. \quad (8)$$

Переход к обобщённому решению можно рассматривать как способ регуляризации решения [7] при его продолжении в полупространство с соблюдением условий излучения и погашаемости на бесконечности.

$$\phi(r, z) = \phi_0(r, z) + \sum_{n(1)} \phi_n(r, z) + \sum_{n(2)} \phi_n(r, z) + \sum_{n(3)} \phi_n(r, z), z \in (0, \infty) \quad (9)$$

где  $\phi_0(r, z)$  – обобщённая (гибридная) нормальная волна нулевого порядка, соответствующая нулю коэффициента отражения границы раздела вода–морское дно, а обобщённые волны семейства  $n(2)$  становятся гибридными волнами.

В результате получаем обобщённое решение, сформированное собственными функциями двух сопряжённых операторов с элементами трансформации расходящихся волн в сходящиеся волны отдачи на соответствующих горизонтах. Формально все полюса, соответствующие собственным значениям несамосопряжённого оператора, описывающего ГЗ

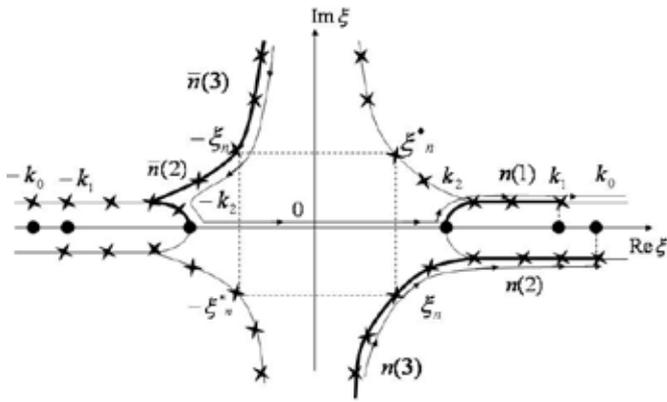


Рис. 1. Расположение полюсов на плоскости комплексного спектрального параметра, соответствующих подмножествам  $n(1)$ ,  $n(2)$ ,  $n(3)$  нормальных волн,  $k_1 = \omega/c$

Пекериса, оказываются на верхнем листе римановой поверхности при использовании разреза, соответствующего условию  $Re k_{32} = 0$ . При использовании этого разреза на верхнем листе римановой поверхности оказываются полюса вещественные и комплексные, которым соответствуют четвёрки собственных значений горизонтального волнового числа  $(\xi, -\xi, \xi^*, -\xi^*)$ . Расположение полюсов на плоскости комплексного переменного с разрезом  $Re k_{32} = 0$  и их миграция при изменении частотного параметра  $k_1 h$  показаны на рис. 1 стрелкой. Рис. 1 соответствует представлению вертикального волнового числа в полупространстве в форме  $k_{32} = a_2 + ia_2$ ,  $a_2 \geq 0$ . Жирная линия на рисунке соответствует полюсам, находящимся на верхнем (физическом) листе римановой поверхности ( $a_2 \geq 0$ ).

Отдельные полюса помечены обозначениями  $n(1)$ ,  $n(2)$ ,  $n(3)$  для расходящихся волн и обозначениями  $\bar{n}(2)$ ,  $\bar{n}(3)$  для обратных волн, также входящих в суммарное решение. В подмножество  $n(1)$  входят нормальные волны, которые продолжаются в полупространство неоднородной волной с убывающей амплитудой. Для таких нормальных волн входной импеданс полупространства является реактивным, инерционным. В подмножество  $n(2)$  входят нормальные волны, которые продолжаются в полупространство неоднородной волной с растущей амплитудой. Для таких нормальных волн входной импеданс полупространства является реактивным, упругим. В подмножество  $n(3)$  входят нормальные волны комплексного спектра (leakage waves), которые продолжаются в полупространство неоднородной волной, амплитуда которой убывает по горизонтальной координате и растёт по вертикальной координате. Для таких нормальных волн входной импеданс полупространства является активно-реактивным, упругим с положительно определённой вещественной частью. Принципиальные отличия обобщённого решения от классического решения поясняются рис. 2–4 в области частот, больших первой критической частоты. На рисунках изображены вертикальные разрезы звукового поля для уровня звукового давления (с исключённой цилиндрической расходимостью) в нормированных координатах  $r_1 = r/h$ ,  $z_1 = z/h$ . Эти отличия заключаются в следующем. Классическое решение содержит только расходящиеся волны, представленные в волноводе нормальными волнами семейства  $n(1)$ , и сфе-

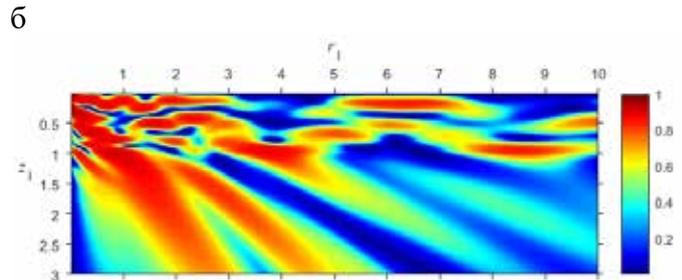
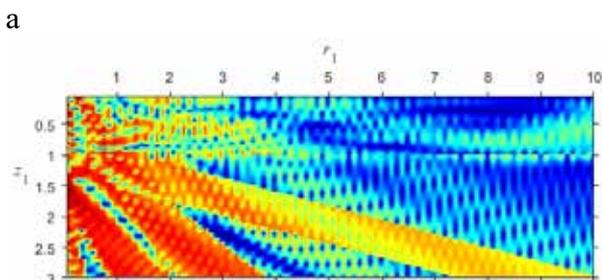


Рис. 2. Обобщенное решение (а) и классическое решение (б);  $k_1 h = 20$ ;  $z_{01} = 0,1$

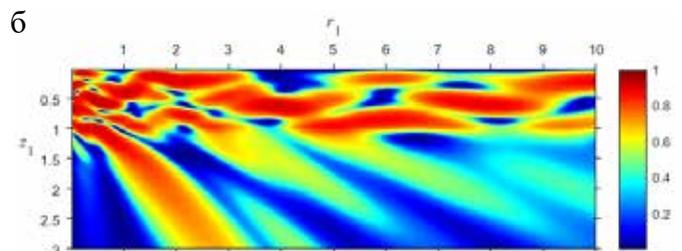
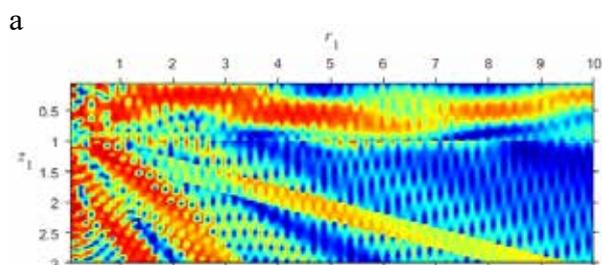


Рис. 3. Обобщенное решение (а) и классическое решение (б);  $k_1 h = 20$ ;  $z_{01} = 0,5$

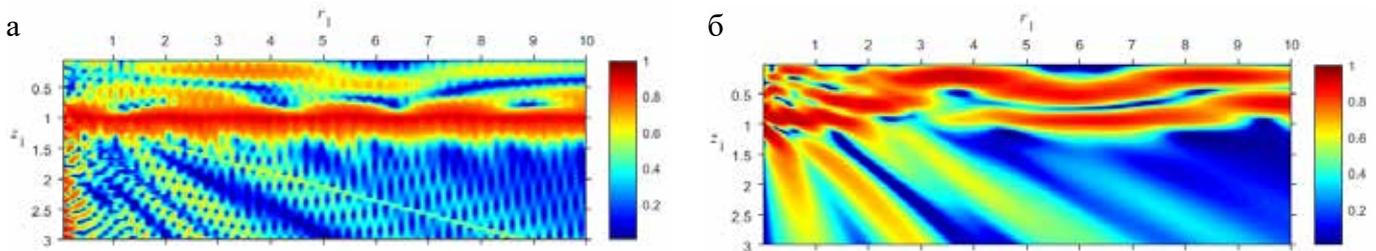


Рис. 4. Обобщенное решение (а) и классическое решение (б);  $k_1h = 20; z_{01} = 0,9$

рическую волну в полупространстве. Обобщённое решение содержит расходящиеся волны семейства  $n(1)$ , обобщённые (гибридные) волны семейства  $n(2)$ , локализованные в волноводе, и вытекающие волны  $n(3)$  комплексного спектра, локализованные в счётном множестве коридоров вытекания, перекрывающих всё полупространство. Каждая вытекающая волна представлена расходящейся цилиндрической волной ( $\xi$ ) в коридоре вытекания и стоячей волной ( $\xi, -\xi^*$ ) вне коридора. Кроме того, обобщённое решение содержит обобщённую нормальную волну нулевого порядка  $0(2)$ , локализованную на горизонте источника. Её вклад в суммарное звуковое поле увеличивается по мере приближения горизонта источника к границе раздела вода – морское дно, как это поясняется рис. 4. Различия в модельном описании становятся существенными на частотах, меньших первой критической частоты модельного волновода Пекериса, когда вытекающие волны и нулевая мода становятся доминирующими в суммарном звуковом поле. Эти различия поясняются рис. 5–7. На рисун-

ках хорошо видны структуры типа стоячих волн в волноводе и в полупространстве, коридоры вытекания, ширина которых уменьшается по мере приближения горизонта источника к границе раздела вода – морское дно, как это поясняется в работе [6], и нулевая мода, локализованная на горизонте источника. Другая особенность обобщённого решения, которая отличает его от классического решения, заключается в наличии непрерывного перехода вытекающих нормальных волн семейства  $n(3)$  комплексного спектра с волновыми числами ( $\xi, -\xi^*$ ), формирующих стоячую волну в волноводе, в нормальные волны семейств  $n(1), n(2)$ , захваченные волноводом, при изменении частотного параметра  $k_1h$  ( $k_1$ -волновое число в волноводе). Этот переход происходит на частотах продольного резонанса, которые являются кратными корнями дисперсионного уравнения. Для реализации продольного резонанса в волноводе необходимо появление в суммарном решении обратных волн с положительно определённой групповой скоростью. Такой механизм хорошо известен в теории твёрдых

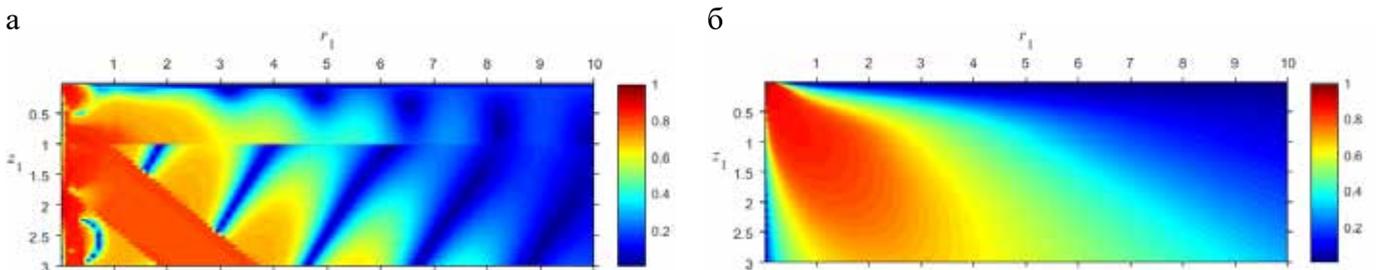


Рис. 5. Обобщенное решение (а) и классическое решение (б),  $k_1h = 2; z_{01} = 0,1$

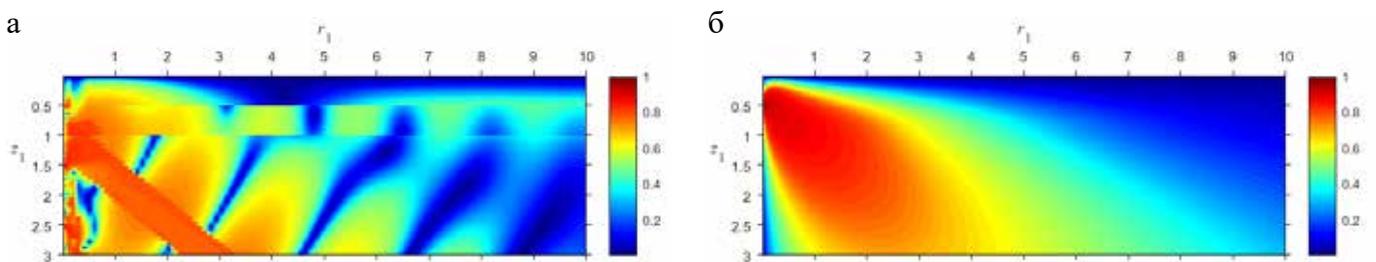


Рис. 6. Обобщенное решение (а) и классическое решение (б),  $k_1h = 2; z_{01} = 0,5$

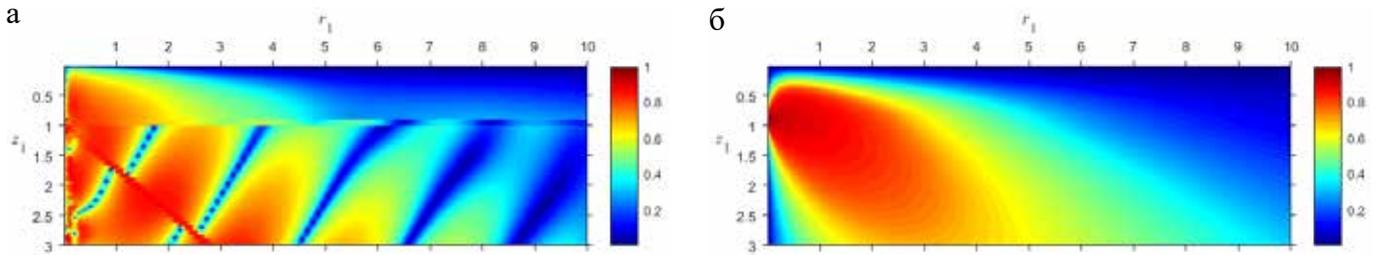


Рис. 7. Обобщенное решение (а) и классическое решение (б),  $k_1 h = 2$ ;  $z_{01} = 0,9$

волноводов типа стержней, пластин, цилиндров со свободной поверхностью, в которых квазипоперечные волны зарождаются на частотах поперечного резонанса, квазипродольные волны зарождаются на частотах продольного резонанса, а сами граничные задачи для твёрдых волноводов всегда описываются несамосопряжённым оператором. Единство механизма формирования волнового движения в жидких и твёрдых волноводах свидетельствует о том, что само явление продольного резонанса в волноводах, не ограниченных в направлении распространения волнового движения, является фундаментальным явлением. Модельное описание продольных резонансов в клиновидном волноводе с малым углом раскрытия дано в работе [6], там же описано экспериментальное подтверждение этого интересного явления. Схема формирования первой пары нормальных волн, регулярной и обобщённой, поясняется рис. 8. Продольный резонанс реализуется одновременным возбуждением двух обобщённых нормальных волн на частоте резонанса  $x_p$ , для одной из которых  $1(2)$  фазовая и групповая скорости являются положительно определёнными, а другая волна  $\bar{2}(2)$  является обратной волной с положительно определённой групповой скоростью. С повышением частоты обобщённая волна  $1(2)$  остаётся в своём классе, а обратная волна

$\bar{2}(2)$  трансформируется на частоте трансформации  $x_{TP}$  в регулярную волну  $2(1)$ . При дальнейшем повышении частоты фазовая и групповая скорости этой волны растут одновременно, достигая на частоте антирезонанса  $x_{AP}$  своего максимального значения, равного скорости звука в полупространстве ( $c_\phi = c_\tau = c_2$ ). При дальнейшем повышении частоты и при условии  $x \geq x_0$  обобщённая волна  $1(2)$  становится неоднородной волной, фазовая и групповая скорости которой асимптотически стремятся к скорости  $c_0$ , которая меньше скорости звука в волноводе  $c_1$ . Эта скорость соответствует нулю коэффициента отражения границы раздела вода – морское дно, который реализуется в области комплексных углов падения [5].

Важная роль пары неоднородных волн  $0(2)$  и  $1(2)$  в формировании звукового поля, создаваемого придонным излучателем в придонной области волновода, поясняется рис. 3 и 6, подробно исследована в работах [5–7]. Фазовая и групповая скорости регулярной волны  $2(1)$  асимптотически стремятся к скорости  $c_1$ . Для других пар нормальных волн резонансный механизм возбуждения пары нормальных волн более высокого порядка также выполняется, но фазовая и групповая скорости нормальных волн в асимптотике высоких частот стремятся к скорости звука в волноводе  $c_1$  [5].

### ■ Особенности модельного описания в инфразвуковом диапазоне частот

При анализе шумовых полей инфразвукового диапазона (1–100 Гц) важную роль играют идентификация отдельных составляющих суммарного звукового поля и выбор оптимального горизонта позиционирования приёмной системы, решающей проблему обнаружения источника шума. В случае, если шумовые поля регистрируются в мелком море с глубинами 50–100 м, частотные составляющие первой декады инфразвукового диапазона (1–10) Гц оказываются ниже первой критической частоты модельного волновода Пекериса. Это означает, что в этом диапазоне частот в модельном волноводе Пекериса и

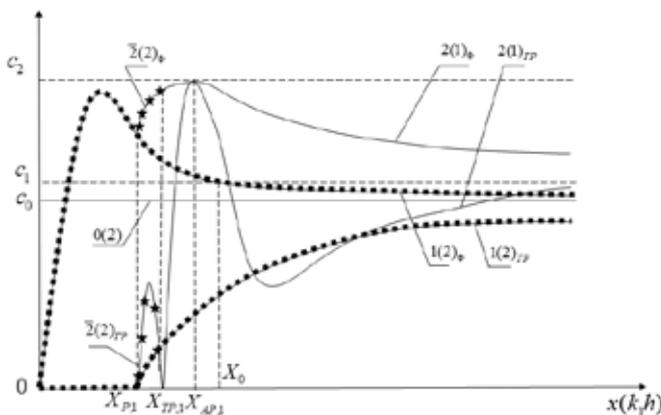


Рис. 8. Схема формирования первой пары нормальных волн,  $x_p$  – частота резонанса,  $x_{TP}$  – частота трансформации,  $x_{AP}$  – частота антирезонанса

при использовании модельного описания в классической самосопряжённой модельной постановке отсутствуют составляющие, для которых поток мощности, локализованный в волноводе, отличен от нуля. Однако такие волны появляются в обобщённом описании в качестве гибридных волн. Одна из них, гибридная волна нулевого порядка, не имеющая критической частоты, локализована на горизонте источника, а скорость её распространения даётся формулой

$$c_0 = c_1 \sqrt{\frac{1 - \rho_{12}^2}{1 - \rho_{12}^2 c_{12}^2}}, \quad (10)$$

где  $\rho_{12} = \rho_1 / \rho_2$ ;  $c_{12} = c_1 / c_2$ ;  $\rho_1, c_1, \rho_2, c_2$  – плотность и скорость звука в верхнем и нижнем полупространствах соответственно. Для типичных значений плотности и скорости звука в неконсолидированных осадках, слагающих морское дно в заливе Петра Великого, скорость неоднородной волны в этом случае на (2÷5)% меньше скорости звука в водной среде. Для этой волны горизонт источника является горизонтом трансформации расходящейся волны в сходящуюся волну отдачи, а сама волна возбуждается комплексным угловым спектром источника. Вторая волна, гибридная волна первого порядка, появляется в модельном решении работы [4]. Она возбуждается на частотах, больших первой критической частоты, а при значении частотного параметра  $k_1 h > 1 / \rho_{12} \sqrt{1 - c_{12}^2}$  ( $h$  – глубина волновода,  $k_1$  – волновое число в водной среде) она становится неоднородной волной, скорость распространения которой асимптотически стремится к скорости  $c_0$  с ростом частоты. Эта волна продолжается в полупространство расходящейся неоднородной волной. На горизонте трансформации, который играет роль горизонта полного внутреннего отражения, она трансформируется в сходящуюся волну отдачи. Именно эта пара волн формирует в случае придонного расположения источника звуковое поле в придонном коридоре, ограниченном сверху горизонтом источника, а снизу горизонтом трансформации (горизонтом полного внутреннего отражения) обобщённой (гибридной) волны 1(2). Это эффект хорошо виден на рис. 4, и он существенно усиливается при наличии придонного звукового канала.

В случае, если учитывается сдвиговая упругость полупространства, в классическом модельном описании звукового поля появляется пограничная волна Рэлея–Шолте нулевого порядка, для которой горизонтальный поток мощности отличен от нуля на любых сколь угодно низких частотах. Следует отметить, что эта волна локализована на границе раздела вода – морское дно и плохо возбуждается приповерхностным источником в его ближней зоне. При учёте

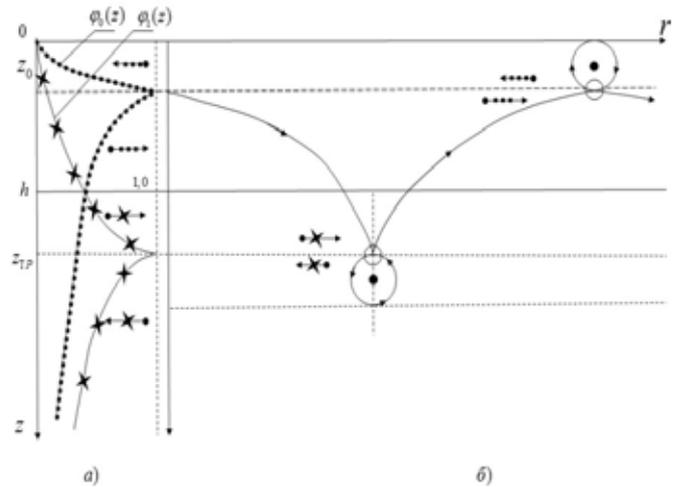


Рис. 9. Модовые функции (а) и лучевая трактовка потоков мощности в волноводе Пекериса (б) ○ – седловые точки, ● – узловые точки

сдвиговой упругости в модельном полупространстве, в модельном описании звукового поля в системе жидкий слой – твёрдое полупространство также появляется неоднородная (медленная) волна – обобщённая (гибридная) волна Шолте, локализованная на горизонте источника. Отметим, что все типы пограничных волн Шолте, регулярных и обобщённых, на границе раздела жидкого и твёрдого полупространств впервые рассмотрены в теоретическом плане в работах [7, 8], а в работе [9] их существование было подтверждено экспериментально. Другая особенность обобщённого модельного описания заключается в усложнении лучевой структуры звукового поля, которое связано с появлением седловых и узловых точек или дислокаций фазового фронта в определении работы [10].

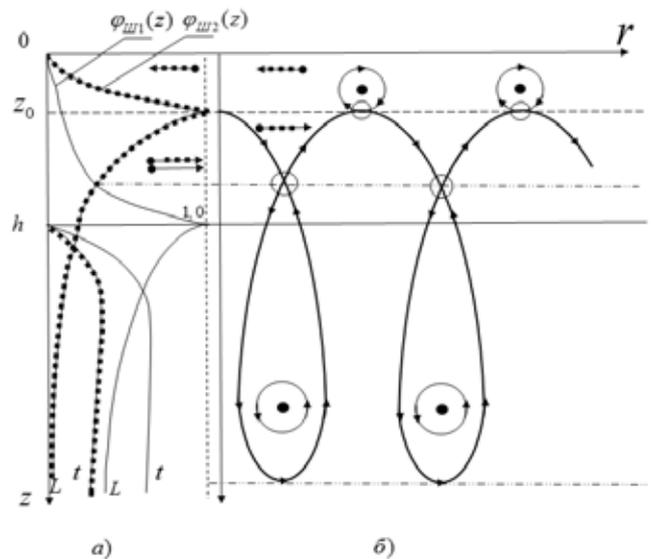


Рис. 10. Модовые функции (а) и лучевая трактовка потоков мощности в системе жидкий слой – твёрдое полупространство (б)

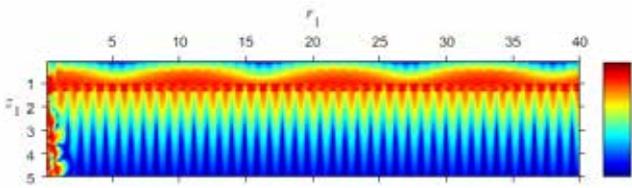


Рис. 11. Обобщенное решение (волновод Пекериса),  $k_1 h = 3.5, z_{01} = 0.5$

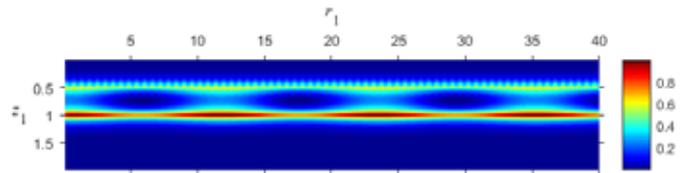


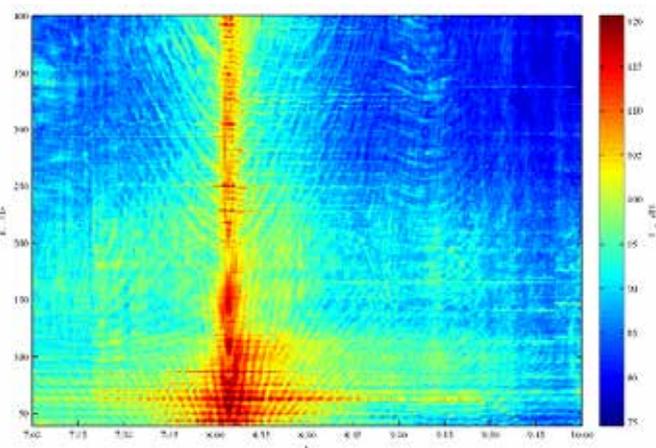
Рис. 12. Обобщенное решение (жидкий слой – твёрдое полупространство),  $k_1 h = 2.0, z_{01} = 0.5$

Эта особенность поясняется рис. 9, 10 в асимптотике низких частот, когда звуковое поле описывается в основном медленными неоднородными волнами нулевого и первого порядка в случае волновода Пекериса и регулярной волной Рэлея–Шолте и обобщённой волной Шолте в случае волновода жидкий слой – твёрдое полупространство. Структура звукового поля для этих двух волноводов поясняется рис. 11, 12. Подробное исследование дисперсионных свойств волновода жидкий слой – твёрдое полупространство было выполнено в работах [11, 12].

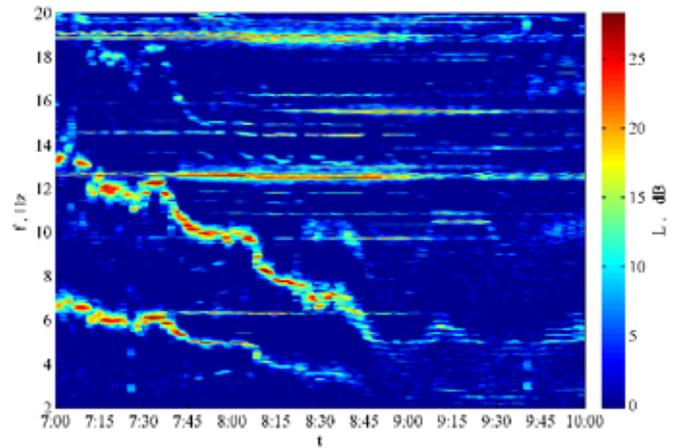
### ■ Верификация модельного описания в поле вихревых структур

Экспериментальное исследование звукового поля, сформированного шумящим объектом (ШО) в мелком море, было выполнено с использованием приёмной системы, оснащённой комбинированным приёмником (КП). Глубина моря в месте проведения эксперимента составляла 105 м, приёмная система располагалась на горизонте 50 м, ШО двигался прямолинейным галсом мимо приёмной системы с постоянной скоростью. Траверзная точка соответствует моменту времени 08 ч 05 мин. В окрестности траверзной точки на рис. 13, а хорошо видны изолинии равной интенсивности, сформированные

шумами обтекания звукового диапазона, а на рис. 13, б – дискретные составляющие вально-лопастного звукоряда (ВЛЗР) инфразвукового диапазона. Проходные характеристики в каналах комбинированного приёмника поясняются рис. 14. Верхняя строчка относится к каналу звукового давления, уровень которого для суммарного звукового поля (S+N) поясняется красным цветом, а для помехи (N) – синим цветом. Нижележащие строчки отображают уровень компонент вектора интенсивности ( $I_x, I_y, I_z$ ), причём положительно определённые логарифмы откладываются в сторону положительных значений по оси ординат, если компонента положительна, и в сторону отрицательных значений, если компонента отрицательна. Хорошо видно, что на частотах инфразвукового диапазона 4–8 Гц во всех векторных каналах преобладает вихревая (знакопеременная) составляющая вектора интенсивности, которая генерируется в структурах типа стоячих волн. Отметим, что впервые существование вихревых структур в звуковом поле, сформированном в волноводе, отмечено в работе [13], но только в вертикальном канале КП. Вихревые структуры в вертикальном канале непосредственно связаны с фактом существования стоячих волн в этом канале. Появление вихревых структур в горизонтальных каналах КП связано с появлением в горизонтальных каналах стоячих волн, которыми



а



б

Рис. 13. Сонограммы звукового поля в звуковом диапазоне частот 40–400 Гц (а) и инфразвуковом диапазоне частот 2.0–20 Гц (б)

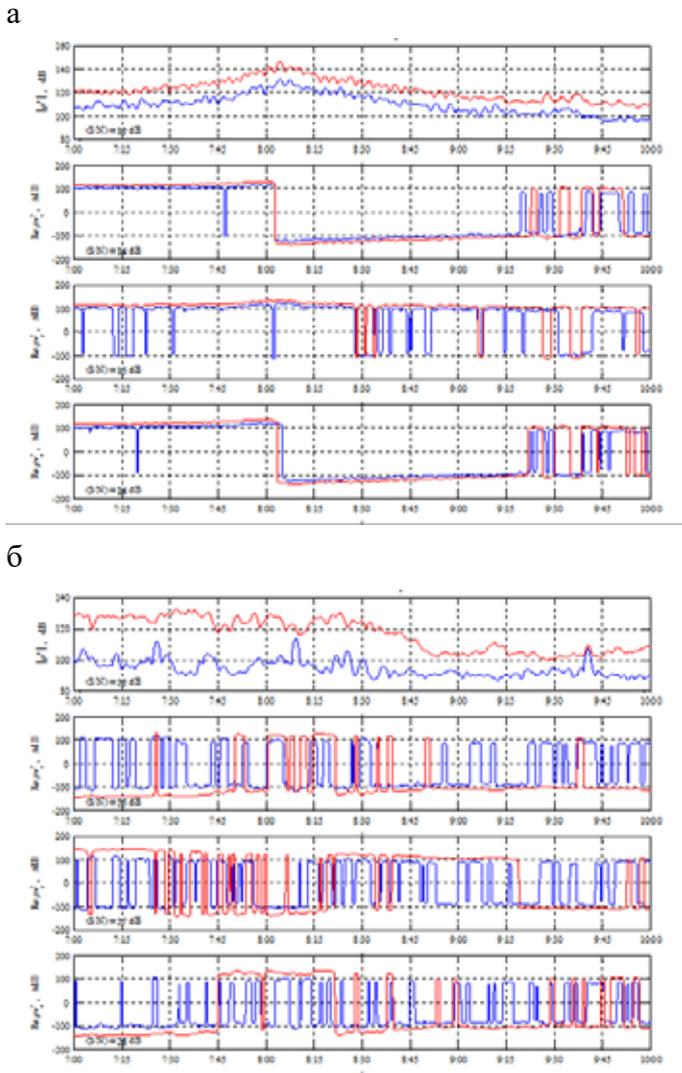


Рис. 14. Проходные характеристики: а – полоса частот 50–51 Гц, б – полоса частот 4–8 Гц

продолжаются в волновод вытекающие волны. Этот эффект может быть описан только в рамках НМП, но хорошо подтверждается экспериментально. С ростом частоты уровень вихревой составляющей вектора интенсивности уменьшается и растёт уровень горизонтальной (потенциальной) составляющей вектора интенсивности. Моды, участвующие в формировании горизонтального потока мощности, поясняются рис. 15. Наличие горизонтальных потоков мощности в волноводе на частотах, меньших первой критической частоты, также требует перехода к описанию звукового поля в рамках НМП.

**■ Верификация модельного описания в поле неоднородных волн**

Экспериментальное исследование звуковых полей инфразвукового диапазона в мелком море прово-

дилось на акватории Уссурийского залива в осенний период 2019–2020 гг. В качестве источника звуковых сигналов использовались НИС «Юрий Молоков» (его дискретные составляющие вально-лопастного звукоряда (ВЛЗР)), а также низкочастотный излучатель полигармонического сигнала в полосе частот 30–60 Гц. Горизонт буксировки излучателя составлял 10 м. В качестве приёмной системы использовалась вертикально ориентированная антенна из трёх приёмных модулей, оснащённых комбинированными приёмниками (КП). Глубина моря в месте постановки антенны составляла 40–45 м, приёмные модули располагались на средней глубине, расстояние между приёмными модулями составляло 3.0–4.0 м. В эксперименте 2019 г. расстояние между приёмной системой и катамараном изменялось в пределах 1.5–2.0 км. В эксперименте 2020 г. расстояние между приёмной системой и катамараном изменялось в пределах 1.0–20 км.

Обработка сигналов включала в себя измерение звукового давления и трёх компонент вектора гради-

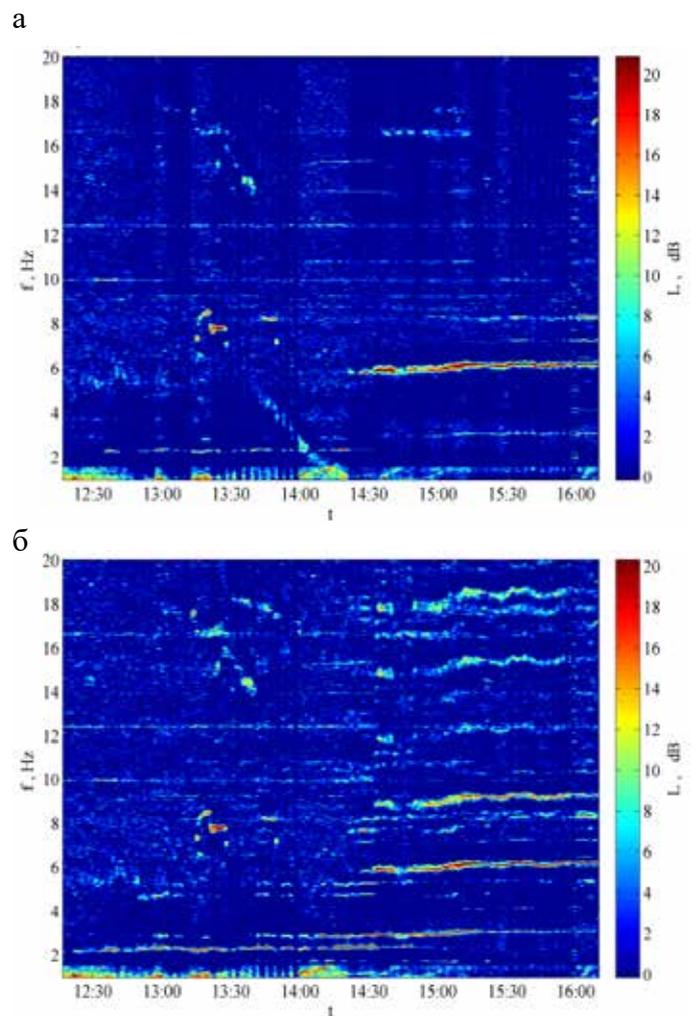


Рис. 15. Сонограммы для отношения (S/N) на выходе канала звукового давления: а – ПМ-1, б – ПМ-3

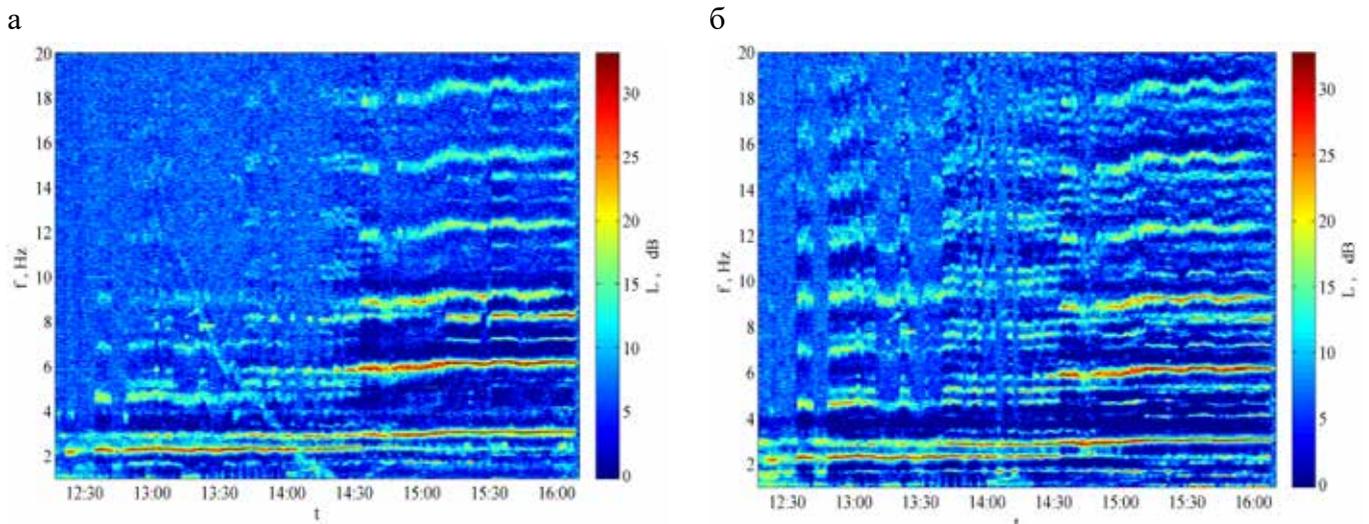


Рис. 16. Сонограммы для отношения  $(S/N)$  на выходе БОС: а – ПМ-1, б – ПМ-3

ента давления в каналах КП отдельно для суммарного процесса сигнал плюс шум ( $S+N$ ) и отдельно для шума ( $N$ ). На основе этой первичной информации вычислялись 16 информативных параметров для суммарного процесса ( $S+N$ ) и отдельно для шума ( $N$ ) с последующим вычислением отношения  $(S/N)$  по каждому информативному параметру. Затем в блоке обработки сигналов (БОС) выделялся информативный параметр с максимальным отношением  $S/N$  и вычислялись по этому параметру 3D сонограммы для отношения  $S/N$  в координатах уровень–частота–время наблюдения (расстояние). В полный набор информативных параметров входят уровень звукового давления, 6 компонент комплексного вектора интенсивности, 6 компонент комплексного вектора градиента давления и три компоненты вещественного ротора вектора интенсивности. Подробное описание экспериментов приведено в работах [15, 16]. Вид

сонограмм на выходе канала звукового давления в эксперименте 2019 г. поясняется рис. 15. Горизонты установки приёмных модулей ПМ-1, ПМ-2, ПМ-3 составляют  $z_1 = 40$  м,  $z_2 = 37$  м,  $z_3 = 34$  м, глубина места  $h = 43$ –44 м. На сонограммах хорошо видны дискретные составляющие ВЛЗР, среди которых выделяются, как наиболее яркие, лопастные частоты (3, 6, 9 Гц и т.д.) и вальные частоты, идущие с шагом в 1 Гц. Такой звукоряд характерен для трёхлопастного винта и скорости вращения вала в 60 оборотов в минуту, что полностью соответствует режиму движения катамарана и параметрам его винта. Можно отметить рост уровня сигнала по мере приближения горизонта позиционирования ПМ к горизонту источника. Вид сонограмм на выходе БОС в эксперименте 2019 г. поясняется рис. 16. Очевидный выигрыш в помехоустойчивости КП от использования полного набора информативных параметров составляет 20–25 дБ.

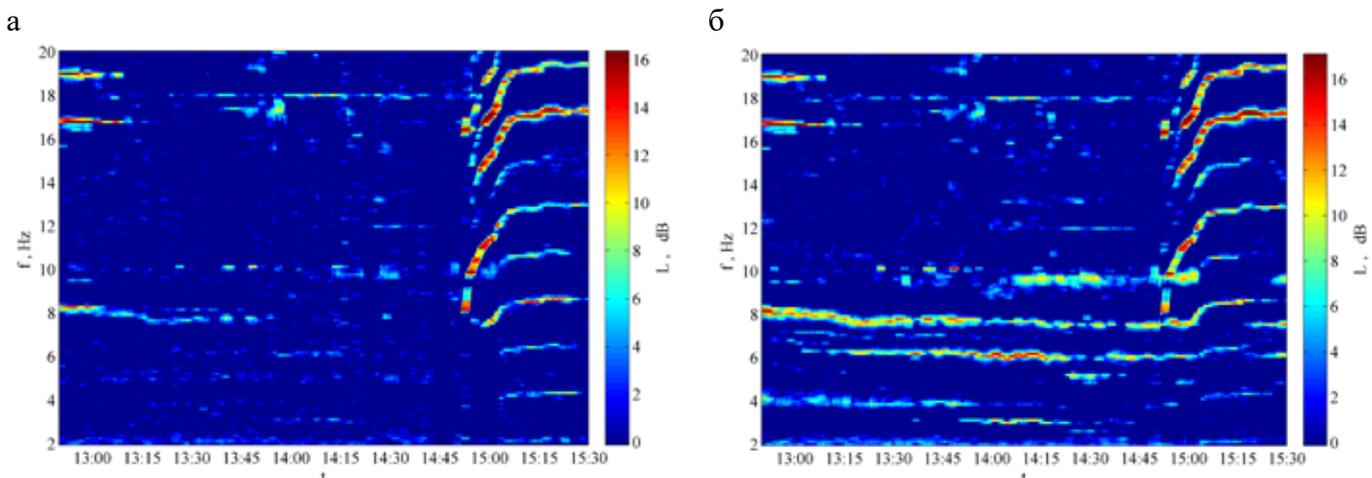


Рис. 17. Сонограммы для отношения  $(S/N)$  на выходе канала звукового давления: а – ПМ-1, б – ПМ-2

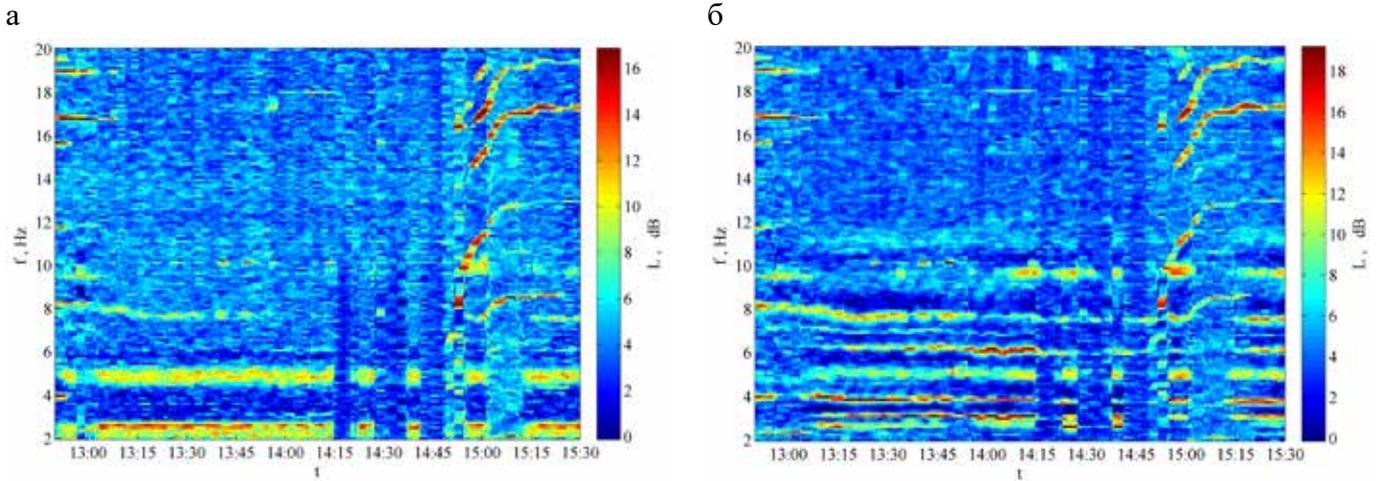


Рис. 18. Сонограммы для отношения (S/N) на выходе БОС: а – ПМ-1, б – ПМ-2

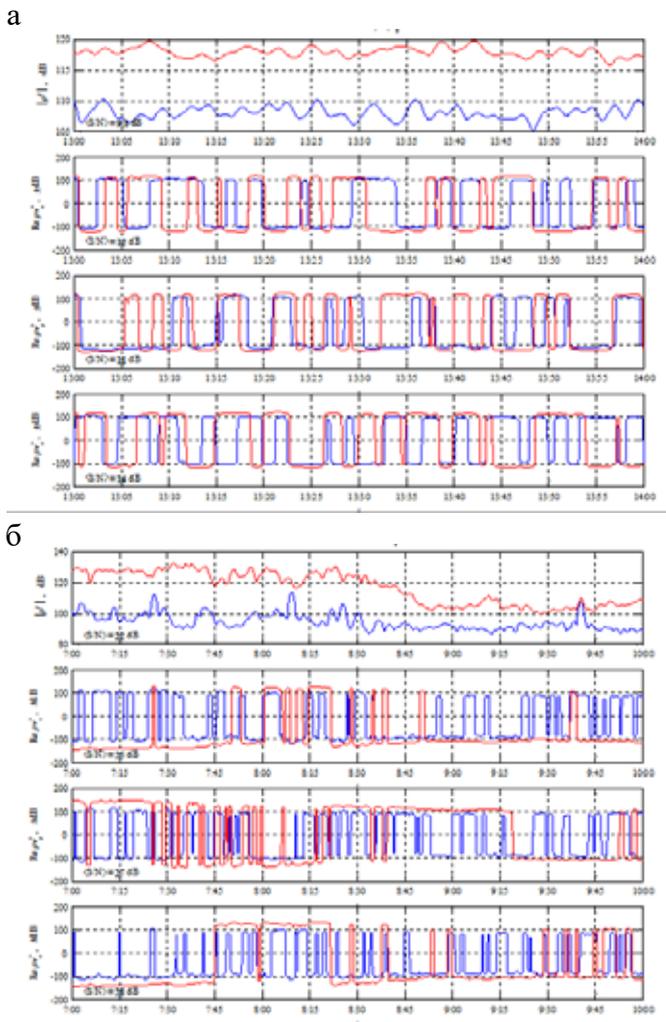


Рис. 19. Проходные характеристики в каналах КП: а – ПМ-1, б – ПМ-2, частота 2-4 Гц

Аналогичные измерения были выполнены в эксперименте 2020 г.

В этом эксперименте горизонты установки приёмных модулей ПМ-1, ПМ-2 составляли 16 и 24 м соответственно, глубина места  $h = 43-44$  м. Дис-

танция между шумящим объектом (ШО) и приёмной системой изменялась от 10 миль в начальной точке трассы до 1 мили в конечной точке. Профиль вертикального распределения скорости звука соответствовал придонному звуковому каналу. Волнение моря за время проведения эксперимента было довольно заметным и составляло 3-4 балла, чему соответствовал повышенный уровень шумов моря. Вид сонограмм на выходе канала звукового давления и на выходе БОС в эксперименте 2020 г. поясняется рис. 17, 18. Можно отметить характерный рост уровня сигнала (примерно на 12 дБ) по мере приближения горизонта позиционирования ПМ к границе раздела вода – морское дно, что говорит о локализации звукового поля в дальней зоне на границе раздела вода – морское дно. Рис. 19 поясняют проходные характеристики в каналах приёмных модулей ПМ-1, ПМ-2, разнесённых по вертикали на 8 м, в полосе частот 2-4 Гц (в окрестности первой лопастной частоты), в которой хорошо регистрируются вторая и третья дискретные составляющие ВЛЗР. Однако по мере уменьшения расстояния между катамараном и приёмной системой уровень сигнала на приёмных модулях становился примерно одинаковым.

Можно отметить также, что на данном этапе исследований структуры звукового поля в инфразвуковом диапазоне частот хорошо подтверждается волновой характер звукового поля в виде волны, локализованной либо на горизонте источника в ближнем поле, либо на границе раздела вода – морское дно в дальнем поле.

На втором этапе исследований анализировалась вертикальная структура звукового поля на отдельных дискретных составляющих ВЛЗР, которые уверенно обнаруживались на сонограммах. Для этого вычислялись характеристики уровня звукового давления на

выходе канала звукового давления и для компонент вектора интенсивности на выходе векторных каналов в зависимости от времени прохода  $t$ . Результаты анализа подробно описаны в работах [15, 16]. Сравнительные уровни сигналов на выходе приёмных модулей, разнесённых по вертикали на известное расстояние, можно определить коэффициенты затухания волны в вертикальном направлении и определить групповую скорость распространения неоднородной волны в волноводе на соответствующих дискретных составляющих по формуле

$$\left(\frac{c_{эфф}}{c_1}\right)^2 = \left[1 + \left(\frac{\alpha}{k_1}\right)^2\right]^{-1} = \left[1 + \left(\frac{\alpha\lambda_1}{2\pi}\right)^2\right]^{-1}, \quad (11)$$

где  $c_{эфф}$ ,  $c_1$  – эффективная групповая скорость неоднородной волны и скорость звука в водной среде соответственно,  $\alpha$  – вертикальное волновое число,  $\lambda_1$  – длина волны в водной среде на соответствующей частоте рассмотренного диапазона частот.

Результаты оценки групповой скорости и её частотной зависимости сведены в табл. 1, 2 по результатам экспериментальных работ 2019 и 2020 гг., где  $I_1$  – вектор интенсивности в водной среде. Можно отметить, что результаты двух экспериментов, проведённых в разное время, но в сходных гидрологических условиях, неплохо соответствуют друг другу в части оценки групповой скорости волн и её частотной зависимости. Однако локализация в экспериментах 2019–2020 гг. неоднородной волны на горизонте источника на частотах, меньших первой критической частоты модельного волновода Пекериса, не имеет адекватного объяснения в рамках классических представлений. По этой причине необходимо привлекать для объяснения этого эффекта представления обобщённой теории, построенной в рамках НМП соответствующих граничных задач для волновода Пекериса и для волновода жидкий слой – твёрдое полупространство. Однако интересен сам факт распространения низкоскоростных волн в водной среде, скорость звука в которой существенно выше скорости переноса энергии низкоскоростными волнами. Можно предположить, что замедление

Таблица 1. Эффективная групповая скорость, 2019 г.

$f$ , Гц	$ I_1 $ , дБ		$\lambda_1$ , м	$\frac{\alpha\lambda_1}{2\pi}$	$c_1/c_{эфф}$	$c_{эфф}$ , м/с
	ПМ-1	ПМ-3				
3	25	30	500	3.68	3.8	365
9	18	24	167	1.51	1.82	825
15.6	10,5	17	96	0.94	1.37	1100
18.6	9,0	14	81	0.62	1.18	1270

Таблица 2. Эффективная групповая скорость, 2020 г.

$f$ , Гц	$ I_1 $ , дБ		$\lambda_1$ , м	$\frac{\alpha\lambda_1}{2\pi}$	$c_1/c_{эфф}$	$c_{эфф}$ , м/с
	ПМ-1	ПМ-3				
3	17	26	500	5.1	5.2	290
8	17	21	188	0.86	1.32	1130
35	17	23	43	0.292	1.05	1410

скорости переноса энергии в водной среде в горизонтальном направлении объясняется существенной деформацией линий тока, связанной с затеканием потоков мощности в донное полупространство, как это и представлено в графической форме на рис. 9, 10. Но лучевая трактовка не объясняет отсутствие высокоскоростных энергонесущих лучей в самой водной среде. Для объяснения этой особенности энергетики звукового поля на частотах инфразвукового диапазона можно предположить, что само звуковое поле в ближней зоне источника становится реактивным, в нем доминирует реактивная составляющая вектора интенсивности. При описании звукового поля в самосопряжённой модельной постановке это означает, что давление и колебательная скорость оказываются сдвинутыми по фазе на  $90^\circ$ . При описании звукового поля в несамосопряжённой модельной постановке реактивный характер поля связан с вытекающими нормальными волнами комплексного спектра с горизонтальными волновыми числами ( $\xi, =\xi^*$ ), принадлежащими двум сопряжённым операторам. Вытекающие волны продолжают существовать в волноводе стоячими волнами, присутствие которых в звуковом поле уверенно подтверждается наличием вихревых структур на проходных характеристиках, представленных на рис. 11–14, рис. 19. Можно также отметить, что с понижением частоты вытекающие волны становятся доминирующими в звуковом поле, а уровень вихревой составляющей растёт во всех векторных каналах КП. По этой причине перенос энергии в ближней зоне модельного источника замедляется, а групповая скорость, как скорость переноса энергии, может существенно отличаться от скорости звука в водной среде. Для проверки этой версии обратимся к энергетическому определению групповой скорости в поле сферической волны, приведённому в работе [17].

$$\frac{c_\Gamma}{c_1} = \frac{I_r}{w \cdot c_1},$$

$$I_r = \frac{1}{2} \operatorname{Re} p v_r^*, \quad w = \frac{1}{4} \frac{|p|^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{1}{4} \rho_1 |v_r|^2 = w_\Pi + w_K \quad (12)$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{r} e^{-ik_1 r}, \quad k_1 = \frac{\omega}{c_1}, \quad |p|^2 = \left(\frac{\omega \rho_1}{r}\right)^2, \quad |v_r|^2 = \frac{1 + (k_1 r)^2}{r^4}$$

$$I_r = \frac{1}{2} \rho_1 c_1 \frac{(k_1 r)^2}{r^4}, \quad w c_1 = \frac{1}{4} \rho_1 c_1 \frac{1 + 2(k_1 r)^2}{r^4}$$

$$\frac{c_\Gamma}{c_1} = \frac{2(k_1 r)^2}{1 + 2(k_1 r)^2}, \quad \frac{\Delta c}{c_1} = 1 - \frac{c_\Gamma}{c_1} = \frac{1}{1 + 2(k_1 r)^2} \quad (13).$$

Формулы (12, 13) предсказывают существенную зависимость групповой скорости, как скорости переноса энергии, в поле сферической волны от частотного параметра  $k_1 r$ . Зависимость нормированной групповой скорости от этого параметра поясняется рис. 20, а. Там же приведена зависимость относительного уменьшения групповой скорости от частотного параметра  $k_1 r$ . В случае, если скорость переноса энергии становится непостоянной, а сам процесс переноса энергии неравномерным, ускоренным, вводят некую среднюю скорость, зависящую только от частоты и конечного значения расстояния  $R$ . При усреднении самой групповой скорости получаем следующие оценки:

$$\frac{\langle c_\Gamma \rangle}{c_1} = \frac{1}{R} \int_0^R \frac{c_\Gamma(r)}{c_1} dr = 1 - \frac{\arctg u}{u}, \quad \frac{\Delta c}{c_1} = \frac{\arctg u}{u},$$

$$u = \frac{k_1 R}{\sqrt{0.5}}, \quad \frac{R}{\lambda_1} = \frac{u \sqrt{0.5}}{2\pi} \quad (14)$$

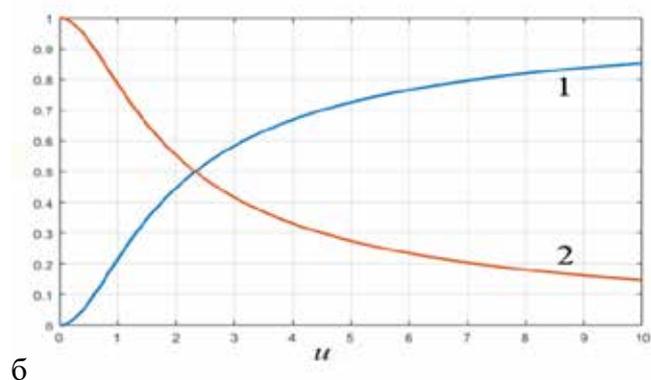
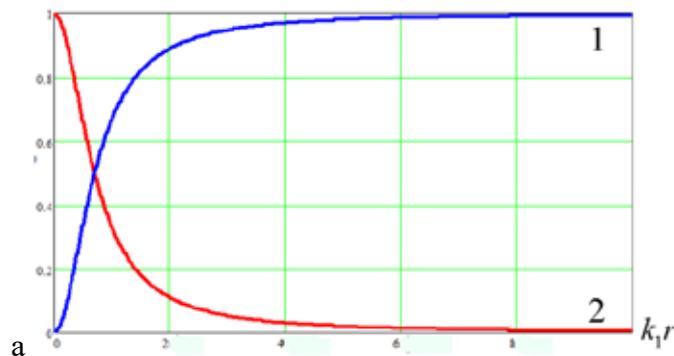


Рис. 20. Зависимость нормированной групповой скорости (1) и её относительного уменьшения (2) от параметра  $k_1 r$  (а) и усреднённой нормированной групповой скорости и её относительного уменьшения от параметра  $u$  (б).

Зависимость нормированной на скорость звука в среде усреднённой групповой скорости от параметра  $u$  поясняется рис. 20, б. Там же приведена зависимость относительного уменьшения групповой скорости от частотного параметра  $u = \frac{k_1 R}{\sqrt{0.5}}$ .

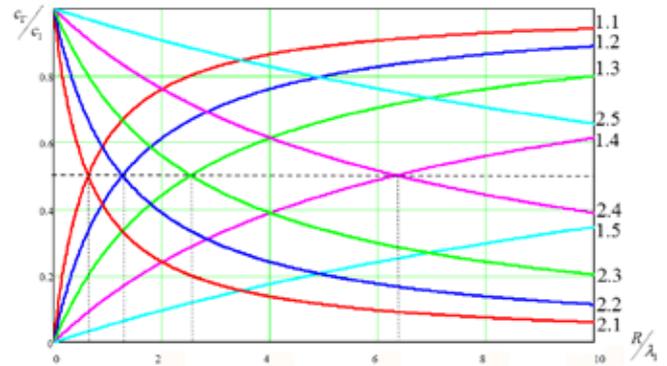
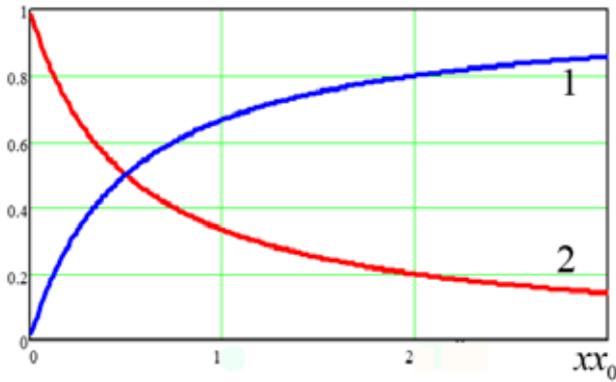
Однако в случае непостоянной скорости распространения звуковой волны (и скорости переноса энергии) принято усреднять не скорость распространения, а время распространения  $T$ , которое пропорционально обратной групповой скорости. В этом случае формула для средней групповой скорости существенным образом зависит от начального размера модельного источника  $R_0$ :

$$T = \int_{R_0}^R \frac{dr}{c_\Gamma(r)}, \quad \langle c_\Gamma \rangle^{-1} = \frac{T}{R - R_0} = \frac{1}{R - R_0} \int_{R_0}^R \frac{dr}{c_\Gamma(r)}, \quad (15)$$

$$\frac{\langle c_\Gamma \rangle}{c_1} = \frac{2xx_0}{1 + 2xx_0}, \quad x = k_1 R, x_0 = k_1 R_0,$$

$$\frac{\Delta c}{c_1} = \frac{1}{1 + 2xx_0}, \quad \frac{R}{\lambda_1} = \frac{(xx_0)\lambda_1}{4\pi^2 R_0} \quad (16)$$

Зависимость нормированной усреднённой групповой скорости от параметра  $xx_0$  поясняется рис. 21, а. Там же приведена зависимость относительного уменьшения групповой скорости от частотного параметра  $xx_0$ . Рис. 21, б поясняет зависимость нормированной усреднённой групповой скорости и её относительного уменьшения в реактивном ближнем поле источника от параметра  $R/\lambda_1$  для ряда длин волн инфразвукового диапазона и для  $R_0 = 1$  м. Численный анализ по формулам (15, 16) показывает, что, например, для модельного источника с эффективным размером  $R_0 = 1$  м усреднённая групповая скорость в водной среде в ближней зоне источника достигает половины своего предельного значения для частоты 3 Гц на расстоянии  $R = 3.15$  км. С ростом частоты размер ближней зоны, естественно, уменьшается. Так, на частоте 30 Гц усреднённая групповая скорость достигает половины своего предельного значения уже на расстоянии 31.5 м. Можно сказать, что в инфразвуковом диапазоне частот, а также с учётом реактивности звукового поля в ближней зоне источника сам источник энергетически хорошо согласован именно с низкоскоростными типами волнового движения. К таким типам волн относятся неоднородная волна Рэлея–Шолте, локализованная на границе раздела вода – морское дно, либо гибридная волна Шолте, локализованная на горизонте источника. Однако с ростом частоты растёт скорость переноса энергии, и в звуковом поле появляются высокоскоростные со-



а

б

Рис. 21. Зависимость нормированной групповой скорости (1) и её относительного уменьшения (2) от параметра  $xx_0$  а) и усреднённой нормированной групповой скорости и её относительного уменьшения от параметра  $R/\lambda_1$ , (б): 1.1, 2.1 –  $\lambda_1 = 50$  м; 1.2, 2.2 –  $\lambda_1 = 100$  м; 1.3, 2.3 –  $\lambda_1 = 200$  м; 1.4, 2.4 –  $\lambda_1 = 500$  м; 1.5, 2.5 –  $\lambda_1 = 1500$  м

ставляющие, представленные неоднородными волнами волновода Пекериса, локализованными либо на горизонте источника, либо на границе раздела вода – морское дно.

## Заключение

Выполнен сравнительный анализ двух модельных решений для волновода Пекериса и для более сложного волновода жидкий слой – твёрдое полупространство, одно из которых получено в самосопряжённой модельной постановке, а другое, обобщённое решение, получено в рамках НМП. Решение, построенное в рамках НМП, предполагает совместное участие собственных функций двух сопряжённых операторов, расходящихся волн и сходящихся волн отдачи в формировании модельного решения и взаимной трансформации их друг в друга на горизонтах трансформации. Отмечена фундаментальность явления продольного резонанса в волноводах, который играет ключевую роль в формировании системы нормальных волн в рамках НМП. В качестве принципиальных отличий сравниваемых решений отмечено наличие в обобщённом решении вихревых структур во всех векторных каналах КП, уровень которых растёт с понижением частоты и локализованных на горизонте источника горизонтальных потоков мощности на частотах, меньших первой критической частоты. Приведены экспериментальные результаты, подтверждающие предпочтительность обобщённого решения. Получены оценки групповой скорости как скорости переноса потоков мощности в волноводе, частотная зависимость которой хорошо соответствует обобщённому модельному описанию звукового поля в волноводе Пекериса, а также в более сложном волноводе жидкий слой – твёрдое полупространство в рамках НМП.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Pekeris C.L. Theory of propagation of explosive sound in shallow water // Geol. Soc. Am. Mem. 1948. No. 27. P. 48–156.
2. Бреховских Л.М. О поле точечного излучателя в слоисто-неоднородной среде // Изв. АН СССР. Серия физич. 1949. Т. 13, № 5. С. 505–545.
3. Завадский В.Ю., Крупин В.Д. Применение численных методов для расчёта звуковых полей в волноводах. // Акуст. журн. 1975. Т. 21, № 3. С. 484–485.
4. Gao Tain-Fu - Shang E.C. Effect of the branch-cut on the transformation between the modes and rays // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 73, No. 5. P. 1551–1555.
5. Касаткин Б.А., Злобина Н.В. Корректная постановка граничных задач в акустике слоистых сред. М.: Наука, 2009. 406 с.
6. Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б. Модельные задачи в акустике слоистых сред. Владивосток: Дальнаука, 2012. 256 с.
7. Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б., Злобин Д.В., Косарев Г.В. Акустика мелкого моря в скалярно-векторном описании: Теория и эксперимент. Владивосток, 2019. 360 с.
8. Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б. Особенности пространственно-частотной структуры звуковых полей, сформированных пограничными волнами Рэлея – Шолте // Подводные исследования и робототехника. 2018. № 2 (26). С. 55–68.
9. Касаткин Б.А., Касаткин С.Б. Особенности распространения и интерференции нормальных волн в волноводной системе водный слой – морское дно с низкой сдвиговой упругостью // Подводные исследования и робототехника, 2018, № 1 (25). С. 46–58.
10. Журавлёв В.А., Кобозев И.К., Кравцов Ю.А. О мощности, излучаемой акустическим источником в океаническом волноводе // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 6. С. 1051–1056.
11. Касаткин Б.А., Касаткин С.Б. Особенности описания и генерации пограничных волн Рэлея – Шолте в акустике слоистых сред // Гидроакустика. 2018. Вып. 33(1). С. 18–30.
12. Касаткин Б.А., Касаткин С.Б. Дисперсионные характеристики нормальных волн в мелком море с учётом сдвиговой упругости морского дна // Гидроакустика. 2018. Вып. 35(3). С. 57–67.
13. Щуров В.А., Кулешов В.П., Черкасов А.В. Вихревые свойства вектора акустической интенсивности в мелком море // Акуст. журн. 2011. Т. 57, № 6. С. 837–843.
14. Щуров В.А. Векторная акустика океана. Владивосток: Дальнаука, 2006. 194 с.
15. Касаткин С.Б. Вертикальная структура звукового поля в мелком море в инфразвуковом диапазоне частот в скалярно-векторном описании // Гидроакустика. 2020. Вып. 44(4). С. 26–36.
16. Касаткин С.Б. К оценке пространственно-частотной структуры звукового поля в мелком море в инфразвуковом диапазоне частот // Подводные исследования и робототехника. 2021. № 1 (35). С. 70–78.
17. Толстой И., Клей К.С. Акустика океана. М.: Мир, 1969. С. 28–31.

## Об авторах

**КАСАТКИН Борис Анатольевич**, д.ф.-м.н., Г.Н.С., профессор  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий Дальневосточного отделения Российской академии наук

**Адрес:** 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 5а

**Область научных интересов:** Теоретическая и прикладная гидроакустика, распространение звуковых волн в слоистых волноводах

**E-mail:** kasatkas@marine.febras.ru

**ORCID ID:** 0000-0001-7392-3672

**ЗЛОБИНА Надежда Владимировна**, д.т.н., ученый секретарь  
ИПМТ ДВО РАН

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий ДВО РАН

**Адрес:** 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 5а

**E-mail:** zlobina@marine.febras.ru

**Область научных интересов:** Акустика слоистых сред, обработка сигналов

**ORCID ID:** 0000-0003-3314-2163

**КАСАТКИН Сергей Борисович**, кандидат физико-математических наук, зав. лабораторией

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий Дальневосточного отделения Российской академии наук

**Адрес:** г. Владивосток, ул. Суханова, 5а

**Область научных интересов:** гидроакустика, обработка сигналов, шумовые поля, гибридные приемные системы, неоднородные обобщенные волны

**Тел.:** 8(908)440-8854

**E-mail:** kasatkas@marine.febras.ru

**ORCID ID:** 0000-0002-0945-8355

**Для цитирования:**

Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б. МОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ ИНФРАЗВУКОВОГО ДИАПАЗОНА В МЕЛКОМ МОРЕ (Обзор) // Подводные исследования и робототехника. 2021. № 3(37). С. 59–74. DOI: 10.37102/1992-4429\_2021\_37\_03\_06.

